



TITLE:

安定成層のある開水路乱流場の構造とスカラー輸送のメカニズム(波動の非線形現象の数理解析とその応用)

AUTHOR(S):

永翁, 隆一; 齋藤, 隆之

CITATION:

永翁, 隆一 ...[et al]. 安定成層のある開水路乱流場の構造とスカラー輸送のメカニズム(波動の非線形現象の数理解析とその応用). 数理解析研究所講究録 1997, 993: 259-266

ISSUE DATE:

1997-05

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/61166>

RIGHT:

安定成層のある開水路乱流場の構造とスカラー輸送のメカニズム

資源環境研

永翁 龍一(Ryuichi Nagaosa)[†]

資源環境研

齋藤 隆之(Takayuki Saito)[‡]

1. はじめに

自由表面を有する乱流場は、工業装置内の流れや海洋・河川等の環境中によく見られる。このような自由表面のある流れ場の多くでは、同時に自由表面上での熱や物質等の輸送現象が観察される。また工業装置内では、自由表面での輸送現象を積極的に利用した物質分離・回収が行われる。このような背景から、自由表面近傍での乱流構造、またこれと関係して熱や物質の移動機構の解明を目的として、これまで多くの研究がなされてきた。Lam & Banerjee⁽¹⁾は自由表面を持つ乱流場の3次元直接数値計算(DNS)を初めて行い、自由表面近傍もふくめた開水路乱流場の構造の詳細を解明した。Komori et al.^{(2),(3)}は、自由表面近傍に出現する組織渦(表面更新渦)に着目し、自由表面での物質移動係数がこの渦の出現周波数によって良好に相関できることを示した。また彼らは、自由表面での厳密な境界条件を取り入れたDNS⁽⁴⁾を行い、表面更新渦の生成過程、及び表面更新渦と物質の移動機構との関連性を明らかにした。Handler et al.⁽⁵⁾はDNSを行うことによって、自由表面近傍に出現する水平な組織渦の構造の存在を明らかにした。

ところで、自由表面を通して熱が液相乱流中に移動する場合、浮力の効果により乱流構造は大きな影響を受ける。Komori et al.⁽⁶⁾や Gerz et al.⁽⁷⁾によれば、安定成層乱流中での乱流統計量の分布は勾配リチャードソン数と呼ばれる無次元数に大きく依存する。この勾配リチャードソン数は成層乱流中の速度及び温度勾配によって決定されることから、安定成層の効果は乱流中への熱や物質の移動現象を強く支配することが予想される⁽⁸⁾。特に、自由表面近傍に出現する組織構造のほとんどが開水路乱流場の底壁面近傍で生成される⁽⁹⁾ことから、安定成層が壁乱流に及ぼす効果について詳細に検討する必要性は高い。

そこで本研究では、安定成層状態にある開水路乱流場の乱流構造をDNSを用いて解明することを主な目的とした。速度場と温度場が十分に発達した状態で、成層乱流場での乱流統計量の評価を行うことにより、安定成層の効果が乱流構造に及ぼす効果を検討する。さらに、自由表面近傍での組織構造を詳細に観察し、安定成層のある開水路乱流場の乱流構造の詳細を解明を試みる。自由表面近傍での熱や物質の移動機構への影響を考察した。

2. DNS の概要

2-1 問題設定-開水路乱流場の DNS

本研究で取り扱った計算領域の概略図を図1に示す¹⁾。本研究では、自由表面のある安定成層乱流を計算対象とした。この開水路の水深は δ であり、開水路下部には粘着壁が存在する。また自由表面は摩

[†] 地殻工学部海底工学研究室 研究員

〒305 つくば市小野川 16-3 Phone:0298-58-8526 Fax: 0298-58-8508 Email:nagaosa@pryu.nire.go.jp

[‡] 地殻工学部海底工学研究室 室長

¹⁾ 以下添え字 1,2,3 は、図1に示すように主流方向、横断方向、及び鉛直方向を示すものとする。

擦のない固定壁として扱った。計算領域の大きさは、流れ方向に水深の 2π 倍、横断方向に π 倍とした。この計算領域の大きさは、壁水平方向に周期境界条件(Periodic Boundary Condition)を与えるのに十分な大きさであり、開水路乱流場の大規模組織構造の時間発展を観察することが可能である。

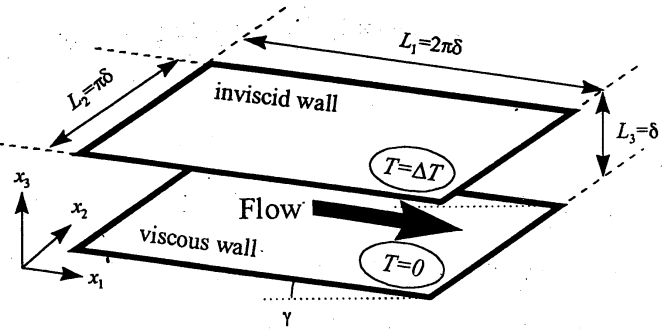


図1 計算領域の概略図

開水路に安定成層を加えるため、自由表面の温度を底壁面の温度よりも $\Delta T(\geq 0)$ だけ高く設定した。また流れを維持させるために、図1に示すように開水路を主流方向に対して γ だけ傾け、重力によって主流方向に一定の圧力勾配を作用させた。このとき壁面摩擦速度 u_τ は、以下のように表される。

$$u_\tau = (\delta g \sin \gamma)^{1/2} \quad (1)$$

式(1)中の g は重力加速度である。(1)式を整理すると $Fr = g \sin \gamma / (u_\tau^2 \delta) = 1$ となり、重力による無次元平均圧力勾配として $-dp/dx = 1$ を与えればよいことがわかる。

2-2 DNS の概要-支配方程式の数値解法

非圧縮性ニュートン流体における支配方程式は、Boussinesq 近似を用いることにより以下のように記述される。

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} + |Ri| T \delta_{i3} \quad (3)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u_j \frac{\partial T}{\partial x_j} = \frac{1}{Re \cdot Pr} \frac{\partial^2 T}{\partial x_j \partial x_j} \quad (4)$$

今後特に断らない限り総和規約を用いることとする。これらの方程式は、すでに摩擦速度 u_τ 、開水路水深 δ 及び温度差 ΔT で無次元化しており、式(2)-(4)中に現れる無次元数は以下のように定義される。

$$Re = \frac{u_\tau \delta}{\nu}, \quad Pr = \frac{\nu}{\alpha}, \quad Ri = \frac{\beta g \delta \Delta T}{u_\tau^2} \quad (5)$$

表1にDNSの詳細を示す。本研究では、レイノルズ数は150に、プラントル数は1に固定し、リチャードソン数を0から20まで変化させて数値計算を行った。このプラントル数は、たとえば293Kの水を考えた場合にはかなり小さな値であるが(例えば1気圧293Kで $Pr \approx 5.11$)、計算機の性能上の制限か

表1 数値計算の概要

Case	Re	Pr	Ri	$\overline{Ri} = \beta g \delta \Delta T / U_{ave}^2$	U_{ave}/u_τ
N	150	1	0	0	17.76
S1			10	0.0351	20.78
S2			20	0.0603	23.35

ら本研究では $v=\alpha$ を仮定した⁽¹⁰⁾。また表 1 中の U_{ave} は断面平均流速であり $U_{ave} = \int_0^1 u_1 dx_3$ で定義され、 \overline{Ri} は U_{ave} を用いて定義される平均 Richardson 数である。

2-3 境界条件

開水路の自由表面、及び下部の粘着壁面での速度と温度の境界条件は以下のように与えた。

$$\frac{\partial u_1}{\partial x_3} = \frac{\partial u_2}{\partial x_3} = u_3 = 0, T = \Delta T \text{ (自由表面)} \quad (6)$$

$$u_1 = u_2 = u_3 = 0, T = 0 \text{ (底壁面)} \quad (7)$$

また両壁面上での圧力の境界条件としてノイマン型条件 $\partial p / \partial x_3 = 0$ を用いた。

気液界面にシアアが作用しない場合、界面の変位は水深に対して非常に小さく⁽⁴⁾、水深 5cm の開水路乱流場 ($Re=160$) の場合、自由表面の変形は約 $50\mu m$ 程度である。よって自由表面の変形は本研究では無視し、式(6)のように自由表面を滑り壁として扱った。また主流方向と横断方向には、物理量 u_i , T について周期境界条件を課すことにより、速度場と温度場を十分に発達させた。また横断方向の圧力の境界条件には通常の周期境界条件を適用した。

2-4 方程式の離散化

支配方程式は有限差分法を用いて離散化し、fractional step 法を用いて支配方程式を連立させて解いた。空間微分項の近似には 2 次精度中心差分法を用いた。格子点の数は $64 \times 64 \times 65$ であり、格子点の間隔はそれぞれ wall unit に換算して $\Delta x_1^+ \approx 14.7$ 、 $\Delta x_2^+ \approx 7.4$ 、 $\Delta x_3^+ \approx 0.39$ (最小値)-4.74 (最大値) であった。安定成層のない場合に $128 \times 128 \times 129$ の格子点で予備計算を行い乱流統計量を算出したが、 $64 \times 64 \times 65$ の格子を用いた場合と比較して、速度変動強度などの相対誤差は 3% 以下であった。よって本研究で用いた格子間隔は大規模な組織構造を観察するのに十分なものであると判断した。

支配方程式中の粘性項と慣性項は 2 次精度 Runge-Kutta 法を用いて時間発展させ、圧力項と連続条件は陰的に取り扱った。この数値積分方法では CFL 条件が他の陽的積分方法と比較してかなり緩くなるため、極端に壁近傍の計算格子を狭くとらない限り粘性項に陰解法を用いる必要性はない。また楕円型の圧力方程式は高速フーリエ変換(FFT)とガウス消去法を併用した直接解法⁽¹¹⁾を用いて解いた。この方法を用いることにより、共役傾斜法などによる iterative な方法と比較して CPU 時間を大幅に短くすることができ、また速度場の divergence も 10^{-12} 以下にまで小さくすることができた。

3. 結果及び考察

以下、次式のように従属変数 f を長時間平均成分と変動成分とに分離する。

$$f = F + f' \quad (8)$$

また、変動成分の変動強度を

$$f^{rms} = \sqrt{f'^2} \quad (9)$$

と定義する。また摩擦速度 u_τ によって無次元化された変数には

$$x_1^+ = x_1 u_\tau / \nu, \quad u_i^+ = u_i / u_\tau, \quad t^+ = t u_\tau^2 / \nu \quad (10)$$

のように+を施して示す。

3-1 開水路乱流場の壁面近傍の乱流構造

開水路乱流場の自由表面近傍に出現する組織構造の大部分は、壁面近傍領域で生成され、さらに自由表面でのスカラー輸送を大きく支配する。そこで、まず安定成層が壁面乱流に対して及ぼす効果について検討することを試みた。

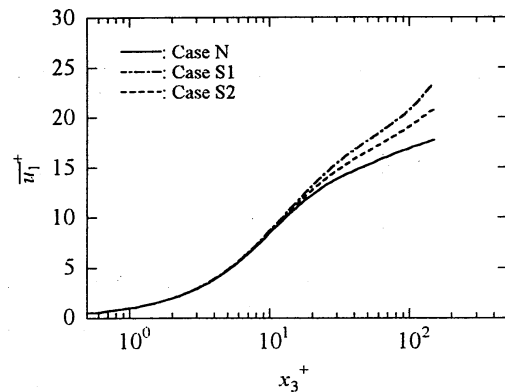


図2 断面平均流速分布

図2に断面平均流速の鉛直方向分布を示す。安定成層のない場合、この速度分布は壁近傍で壁面法則($U_1^+ = x_3^+$)に、また境界層外縁部では対数法則($U_1^+ = 2.5 \ln x_3^+ + 5.5$)によって近似されることがわかった。ところが安定成層がある場合には、特に境界層外縁部での速度は著しく大きくなり、結果的に断面平均流速も著しく大きくなる。一般的に、乱流制御などにより壁面での乱流抵抗を低減させると断面平均流速は大きくなる⁽¹²⁾。このことから考えると、安定成層の効果は壁面での乱流抵抗を低減させる効果を持つ。

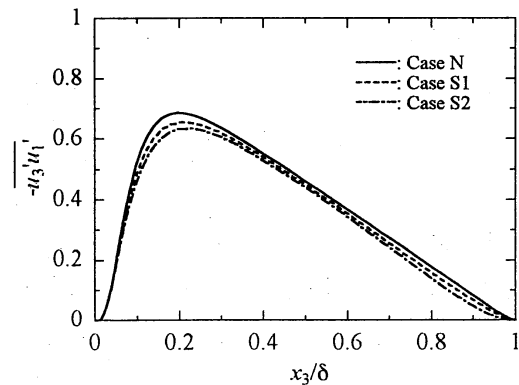


図3 レイノルズ応力の鉛直方向分布

図3は速度変動強度とレイノルズ応力の鉛直方向分布を示す。速度変動強度は、局所の時間平均速度で無次元化した。両者の分布とも、安定成層の効果により減少する傾向にあることがわかる。特にレイノルズ応力のピーク値の低下は、乱流制御によって抗力係数の低下した乱流境界層内でも観察される⁽¹²⁾。以上のことから考えて、安定成層の効果は境界層内部の乱流生成を抑制する傾向にあると考えられる⁽¹³⁾。

一般に、レイノルズ応力は乱流境界層内部では組織構造(coherent structure)と呼ばれる縦渦の周辺部でその大部分が生成される。この縦渦の生成は、ストリーク構造と呼ばれる大規模構造と大きな関連性を持つ⁽¹⁴⁾。ゆえに安定成層がストリーク構造に及ぼす効果について観察した結果を図4(a)-(c)に示す。安定成層がない場合には、明白なストリーク構造が出現し、その間隔もほぼ $\Delta x_2^+ \approx 100$ と従来の知見とほぼ同様のものが観察された。ところが図4に示すように安定成層の効果により、そのストリーク構造は徐々に崩壊することがわかる。また、乱流境界層内部での渦構造を、Jeong and Hussain^{(15),(16)}と同様の方法を用いて抽出した結果⁽¹⁷⁾、ストリーク構造の消失した部分では同時に縦渦構造も消失することがわかった。この現象と壁面での摩擦抵抗の低下とを併せて考えれば、安定成層の効果は壁面乱流を層流化させると考えることができる。

3-2 安定成層がレイノルズ応力生成に及ぼす効果

以上のように、安定成層の効果は乱流境界層内部の構造に著しい影響を与えることがわかった。ここでは、安定成層のある乱流境界層内部の構造を、運動量、及び熱フラックス、及び相関係数を用いて議論する。

底壁面近傍での乱流エネルギー、及びレイノルズ応力の時間発展方程式は以下のように表される。

$$\frac{Dk}{Dt} = P_k + \varepsilon_k + T_k + V_k + \phi_k + \Pi_k + B_k \quad (11)$$

$$\frac{Dr}{Dt} = P_r + \varepsilon_r + T_r + V_r + \phi_r + \Pi_r + B_r \quad (12)$$

ただし

$$k = \frac{1}{2} \left(\overline{u_1'^2} + \overline{u_2'^2} + \overline{u_3'^2} \right), \quad r = -\overline{u_3' u_1'} \quad (13)$$

ここで、 $P, \varepsilon, T, V, \phi, \Pi$ はそれぞれ生成、消散、乱流輸送、粘性輸送、圧力輸送、圧力ひずみの項を示す。また式(11)及び(12)中の B はいずれも安定成層による熱フラックスの項を含み、これらの項は以下のように表される。

$$B_k = Ri \overline{u_3' \theta'}, \quad B_r = -Ri \overline{u_1' \theta'} \quad (14)$$

式(14)の二つの熱フラックスの鉛直方向分布をプロットしたものが図5である。この図より、鉛直方向熱フラックスよりも、主流方向熱フラックスの方が著しく大きいことがわかる。このことは、安定成層による熱輸送の効果は、乱流エネルギーの生成よりも、むしろレイノルズ応力の生成を大きく抑制することを示す。

安定成層による熱フラックスと運動量輸送との関連性を考察するには、次式で定義する相関係数を用いるのが便利である。

$$R_{31} = -\frac{\overline{u_3' u_1'}}{u_{3,rms} u_{1,rms}}, \quad R_{1T} = \frac{\overline{u_1' \theta'}}{u_{1,rms} \theta_{rms}}, \quad R_{1T} = -\frac{\overline{u_3' \theta'}}{u_{3,rms} \theta_{rms}} \quad (15)$$

これらの相関係数の鉛直方向分布を乱流境界層内部で評価し図6に示した。この図より、 R_{31} 及び R_{3T} は安定成層によりその絶対値が小さくなることがわかる。これは安定成層によって乱流構造が間欠的な波動を含む構造に遷移することを示唆する⁽⁷⁾。また図7は乱流境界層内部で

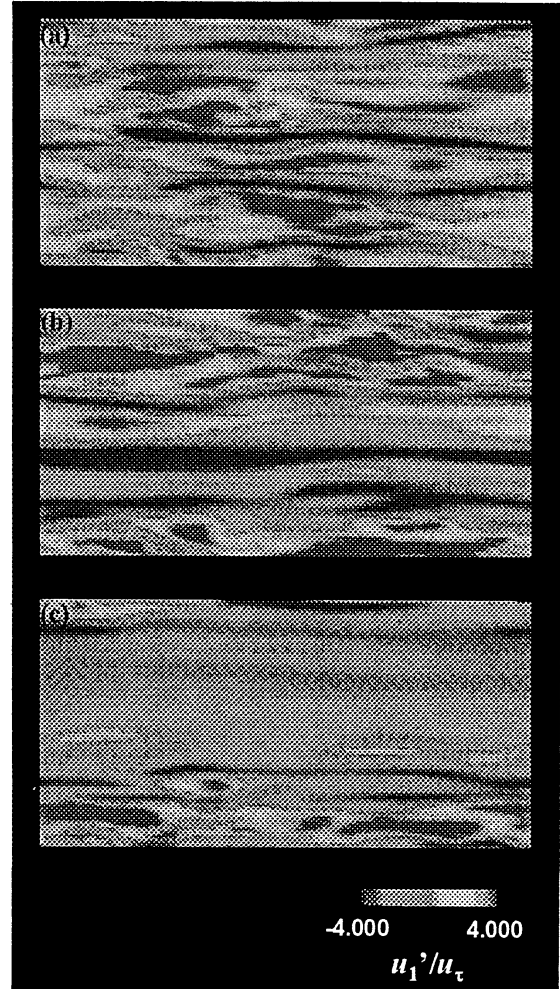


図4 壁面乱流中のストリーク構造の崩壊
(a) $Ri=0$; (b) $Ri=10$; (c) $Ri=20$

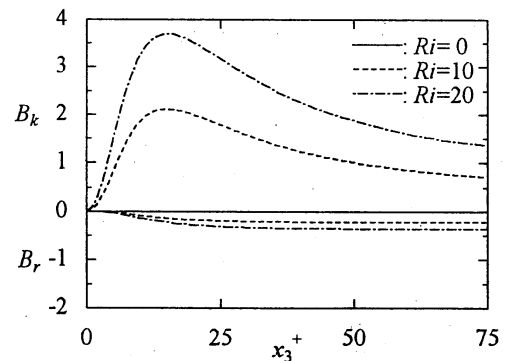


図5 安定成層による乱流熱フラックス

の温度分布²を示すが、矢印に示すように部分的に波動構造が **break** する現象がみられる。この波動の **break** により密度の上下関係の逆転が生じる。この結果、安定成層によって抑制された乱流エネルギーはポテンシャルエネルギーと乱流エネルギーとの交換によって、その一部が回復されることになる。よって鉛直方向熱フラックスによる乱流エネルギー生成の抑制は乱流境界層内部では顕著には現れない。

また R_{IT} の分布に注目すると、特に壁面近傍では、この値はほとんど 1 に近い値をとることがわかる。このことは、壁面近傍では主流方向速度分布と温度分布とはほとんど一致することを示す。つまり、高速ストリーク部分では $u_1' > 0$ と $\theta' > 0$ が同時に満足され、結果的に $B_T < 0$ となる。逆に低速ストリーク部分では、 $u_1' < 0$ 及び $\theta' < 0$ となる。つまり高速ストリークと低速ストリークのいずれの部分でも、主流方向熱フラックスはレイノルズ応力生成を妨げる方向に働く⁽¹³⁾ことがわかる。この結果から、安定成層のある乱流境界層ではレイノルズ応力の生成が抑制され、結果的に組織構造の生成も大きく妨げられることが明らかとなった。

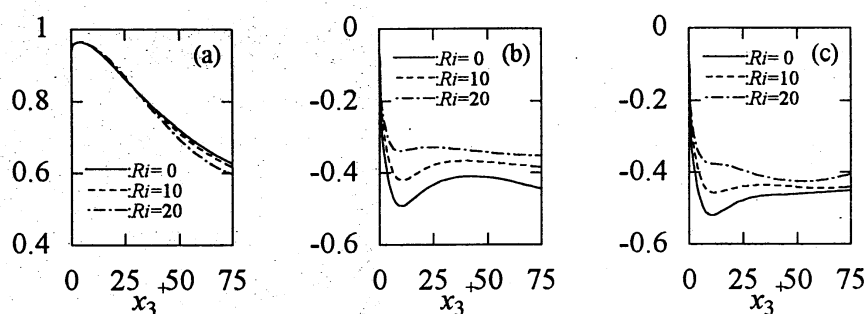


図 6 相関係数の鉛直方向分布 (a) R_{IT} ; (b) R_{3T} ; (c) R_{31} .

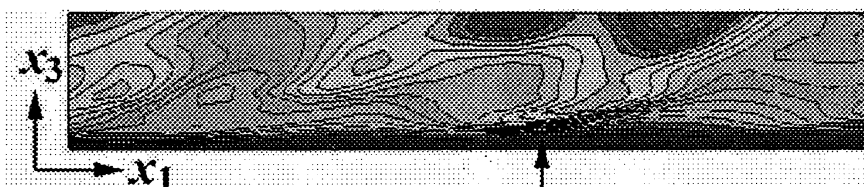


図 7 壁面乱流中の温度分布($Ri=20$)

4. 自由表面でのスカラー輸送のメカニズム

自由表面でのスカラー輸送においては、自由表面近傍での大規模組織構造が大きく関与する^{(20),(21)}。自由表面にはせん断が作用しないため、自由表面近傍には自由せん断境界層が生成される。このためこの近傍には組織構造の発生源はなく、自由表面に現れる組織構造はその大部分が壁面近傍の乱流境界層内部で生成される⁽⁴⁾。ところが安定成層が存在する場合、乱流境界層内部での組織構造も大きく抑制される。この結果、安定成層のある場合には自由表面でのスカラー輸送は大きく抑制されることが予想される。

図 8 は自由表面での鉛直方向瞬間流速と流線を同時に示したものである。安定成層がない場合には、自由表面近傍には多くの組織構造、なかでも **splatting** と呼ばれる縦渦構造と自由表面との相互干渉によ

² Boussinesq 近似を用いているので密度分布と言い換えても差し支えない。

って生じる構造(図中○印)⁽²²⁾が出現することがわかる。この構造は、自由表面でのスカラー輸送を促進する働きを持つ^{(9),(17)}ため、この組織構造が表面更新現象を代表する構造である。一方、安定成層が作用すると自由表面に出現する組織構造の数は圧倒的に少なくなり、スカラー輸送も大きく抑制されることが示唆される。

自由表面近傍でのスカラー輸送を定量化するため、速度場と温度場が十分に発達した後にスカラー輸送方程式を解いた。スカラー輸送方程式は以下のように与えられる。

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u_j \frac{\partial C}{\partial x_j} = \frac{1}{\text{Re} \cdot \text{Sc}} \frac{\partial^2 C}{\partial x_j \partial x_j} \quad (16)$$

ここで、 C はスカラー濃度、 $\text{Sc} = \nu/D$ (D はスカラーの分子拡散係数)はシュミット数である³。ここでは、自由表面でのスカラー輸送のメカニズムの解明を目的としているので、境界条件は以下のように設定した。

$$\begin{aligned} C &= C_0 \quad (\text{自由表面}) \\ \frac{\partial C}{\partial x_3} &= 0 \quad (\text{底壁面}) \end{aligned} \quad (17)$$

自由表面での境界条件は、一定濃度のスカラーが自由表面から液層内部に輸送されることを、一方底壁面ではスカラーフラックスは0であることを示す。この境界条件のもとで式(16)を時間発展させ、スカラー輸送係数 K を次式で求めた。

$$K(t) = \frac{D}{A(C_0 - C_b)} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \left(\frac{\partial C}{\partial x_3} \right)_{x_3=1} dx_1 dx_2 \quad (18)$$

ここで A は自由表面の面積、 C_b は底壁面での面平均のスカラー濃度である。式(16)から明らかなように、スカラー濃度の輸送方程式は非定常の方程式である。また境界条件は自由表面で一定濃度、底壁面でフラックスが0の条件であるため、スカラーは計算領域内部に蓄積し、その濃度分布は定常とはならない。このため K も時間の関数となる。予備計算として安定成層のない場合に K の長時間発展を計算したところ、 K は $t^+ = 200$ 前後でいったん一定値に落ち着き、さらにその後急激に減少することがわかった。このことから、 $t^+ = 225$ 以前の

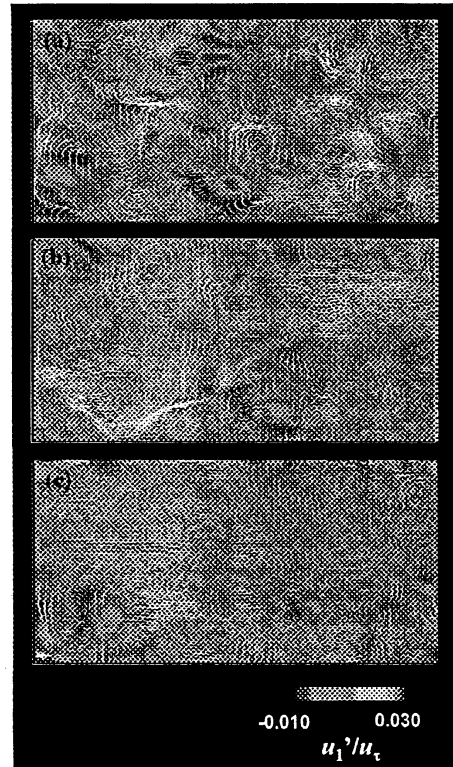


図8 自由表面上の乱流構造
(a) $Ri=0$; (b) $Ri=10$; (c) $Ri=20$.

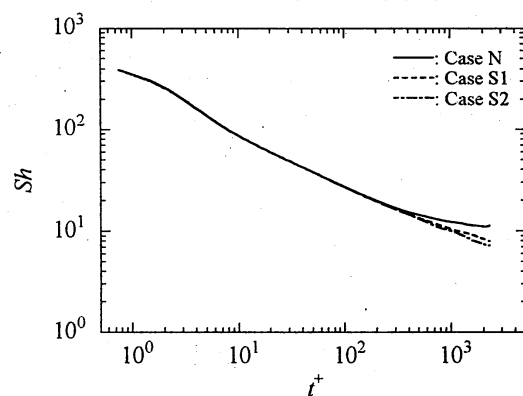


図9 シャーウッド数の時間発展

³ ここではシュミット数は1と仮定した。この仮定はスカラーの大規模組織構造による輸送現象を議論する上で差し支えない仮定である⁽¹⁰⁾。

時間においてスカラー輸送機構を議論する。

図9はスカラー輸送係数 K の時間発展を示したものである。なお便宜上、縦軸は $Sh = Ku_t / D$ (シャーウッド数) と無次元表示した。これらのプロットはおおむね t^* の $-1/2$ 乗に比例し、スカラー輸送が表面更新説に従うことを示す。また自由表面近傍に出現する表面更新渦の出現頻度は、図8に示したように安定性成層流中では圧倒的に小さくなる。このためスカラー輸送係数も、安定成層がある場合に比較して大きく減少する。 $t^*=225$ でのシャーウッド数を表1に示すが、安定成層の効果により、その値は30-40%程度減少する。このことから、特に乱流液層中への熱輸送を考える場合には、浮力による成層の効果を十分に考慮することが重要であることが示される。

5. おわりに

安定成層のある開水路乱流場のDNSを行うことによって以下のことが明らかになった。

- (1) 安定成層の存在により、レイノルズ応力の生成は大きく抑制される。この結果、乱流境界層内部のストリーク構造は安定成層流中では部分的に消失し、組織構造の生成も大きく抑制される。また壁面での摩擦抵抗も大きく減少する。
- (2) 開水路乱流場の自由表面近傍に出現する大規模組織構造(表面更新渦)は、その大部分が壁面近傍の乱流境界層で生成されるため、安定成層流中では組織構造の自由表面での出現頻度が大きく減少し、スカラー輸送係数も大きく低下する。

参考文献

- (1) Lam, K. and Banerjee, S., Phys. Fluids A, **4**, 306 (1992).
- (2) Komori, S., Murakami, Y. and Ueda, H., J. Fluid Mech., **203**, 103 (1989).
- (3) Komori, S., Nagaosa, R. and Murakami, Y., AIChE J., **36**, 957 (1990).
- (4) Komori, S., Nagaosa, R., and Murakami, Y., Phys. Fluids A, **5**, 115 (1993).
- (5) Handler, R. A., Swean, Jr., T. F., Leighton, R. I. and Swearingen, J. D., AIAA J., **31**, 1998 (1993).
- (6) Komori, S., Ueda, H., Ogino, F. and Mizushima, T., J. Fluid Mech., **130**, 13 (1983).
- (7) Gerz, T., Schumann, U. and Elgobashi, S. E., J. Fluid Mech., **200**, 563 (1989).
- (8) Hanazaki, H. and Hunt, J. C. R., J. Fluid Mech. **318**, 303 (1996).
- (9) Nagaosa, R. and Saito, T., submitted to AIChE J. (1997).
- (10) Metail, O. and Herring, J., J. Fluid Mech. **202**, 117 (1989).
- (11) Schumann, U. and Sweet, R. A., J. Comp. Phys., **75**, 123 (1988).
- (12) Choi, H., Moin, P. and Kim, J., J. Fluid Mech. **255**, 503 (1993).
- (13) Nagaosa, R., Alendal, G. and Saito, T., submitted to Phys. Fluids (1997).
- (14) Hinze, J. O., *Turbulence*, 2nd edition (MacGraw-Hill, New York), pp.600-614.
- (15) Jeong, J. and Hussain, F., J. Fluid Mech. **285**, 69 (1995).
- (16) Jeong, J. Hussain, F., Schoppa, W and Kim, J, J. Fluid Mech. **332**, 185 (1997).
- (17) Nagaosa, R. and Alendal, G., in preparation (1997).
- (18) Nagaosa, R. and Alendal, G., submitted to *Workshop of DNS and LES of complex flows* (1997).
- (19) Alendal, G., submitted to J. Comp. Phys. (1997).
- (20) Rashidi, M., Hetsuroni, G. and Banerjee, S., Int. J. Heat Mass Transf., **34**, 1799 (1991).
- (21) Komori, S., Nagaosa, R. and Murakami, Y., AIChE J. **36**, 957 (1990).
- (22) Perot, B. and Moin, P., J. Fluid Mech., **199**, 295 (1995).